

Ermittlung der Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen mit mehrdimensionalen physikalisch nichtlinearen FE-Modellen

Waltraud von Grabe, Hartmut Tworuschka
Bergische Universität GH Wuppertal

1 Einleitung

Das europäische Normenwerk [1] gestattet die Bemessung von Stahlbetonbauteilen auf Grundlage nichtlinear ermittelter Schnittgrößenverteilungen. Hierbei dürfen die Mittelwerte der Baustoffeigenschaften angesetzt werden. Der Nachweis einer ausreichenden Sicherheit in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit ist jedoch mit den Bemessungswerten der Baustoffeigenschaften zu erbringen. Zur Vermeidung dieser Inkonsistenz im Bemessungskonzept werden in dem vorliegenden Beitrag die Anwendung probabilistischer Verfahren zur Ermittlung der Grenztragfähigkeit aufgezeigt.

2 Nichtlineare Berechnungsverfahren

Die baupraktische Anwendung nichtlinearer Berechnungsverfahren erstreckt sich auf die Bereiche

- Nachrechnung bestehender Bauteile
- Konstruktion von Bauteilen unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten
- Konstruktion von Bauteilen bei speziellen Anforderungen an die Duktilität kritischer Querschnittsbereiche

Für die Berechnung statisch unbestimmter Durchlaufkonstruktionen unter Berücksichtigung ökonomischer Faktoren, ermöglichen mehrdimensionale Finite-Element-Modelle eine realitätsnahe Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens auf Systemebene. Durch eine Modellbildung mit Volumenelementen werden die festigkeitssteigernden Einflüsse der Betonwerkstoffeigenschaften infolge mehraxialer Beanspruchung erfaßt. Weiterhin erfolgt in Zwischenauflagerbereichen neben der Erfassung der nichtlinearen Dehnungsverteilungen infolge kombinierter Beanspruchung aus Biegung und Querkraft eine Berücksichtigung der Bemessungsschnittgrößen durch die geometrische Abbildung der Auflagerbereiche mit nichtlinearen Federelementen.

In Abb. 1 ist die Diskretisierung des Innenfeldes eines Durchlaufträgers gezeigt. Hierbei wird eine Elementverdichtung an den Orten maximaler Beanspruchung

vorgenommen. In Anlehnung an das Modell der verschmierten Rißbildung wird der Bewehrungsstahl diskret mit eindimensionalen Fachwerkelementen abgebildet. Die Berücksichtigung des Verbundverhaltens und der Mitwirkung des Betons auf Zug erfolgt durch den Ansatz eines modifizierten Werkstoffgesetzes für den Beton unter Zugbeanspruchung.

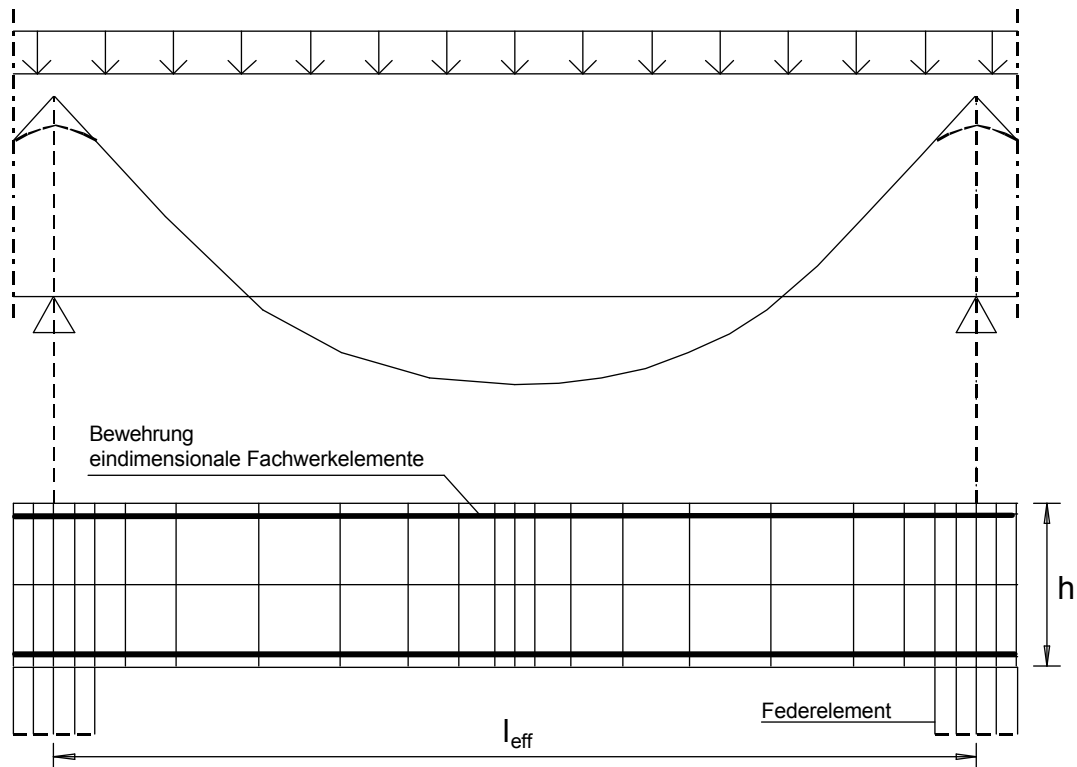


Abb. 1 Mehrdimensionale FE-Diskretisierung für ein Innenfeld eines Durchlaufträgers mit Verdichtung an den Orten maximaler Beanspruchung sowie Anordnung nichtlinearer Federelemente in den Auflagerbereichen

3 Zuverlässigkeitsanalysen

Zuverlässigkeitstheoretische Analysen erfordern die mathematische Formulierung des betrachteten Grenzzustandes in Form einer Grenzzustandsgleichung $g(x)$, die die Grenze zwischen dem sicheren und unsicheren Bereich beschreibt. In Abhängigkeit der betrachteten Basisvariablen x_i folgt aus der Differenz der widerstehenden (R) und einwirkenden Größen (S):

$$g(x) = g_R(x_{Ri}) - g_S(x_{Si}) = 0 \quad (1)$$

Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit P_f erfolgt unter Beachtung der statistischen Eigenschaften durch Auswertung des mehrdimensionalen Integrals über den unsicheren Bereich

$$P_f = \int_{\{x|g(x)<0\}} \dots \int f_x(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (2)$$

auf der Basis von *FORM*- oder *SORM*-Näherungsalgorithmen. Unter Einbeziehung der Sicherheitsindizes β , die aus der Standardnormalverteilung abgeleitet werden

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3)$$

erfolgen die Nachweise in den betrachteten Grenzzuständen durch Einhaltung der in Tab. 1 zusammengestellten erforderlichen Sicherheitsindizes.

Grenzzustand	Bezugszeitraum Lebensdauer	Bezugszeitraum 1 Jahr
Tragfähigkeit (ULS)	3.8	4.7
Ermüdung	1.5 - 3.8	-
Gebrauchstauglichkeit (SLS)	1.5	3.0

Tab. 1 Erforderliche Sicherheitsindizes β [2]

Die mechanische Berechnung von Stahlbetonbauteilen unter Berücksichtigung der physikalisch nichtlinearen Werkstoffeigenschaften auf Grundlage der Methode der Finiten Elemente erlaubt keine explizite Formulierung der Grenzzustandsbedingung. In dem vorliegenden Beitrag wird ein Algorithmus basierend auf der *Response Surface Methodology* [3] zugrundegelegt, der eine Approximation der Grenzzustandsbedingung unter Ansatz der mit einem mehrdimensionalen FE-Modell ermittelten Systemantworten ermöglicht.

4 Anwendungsbeispiel

Die baupraktische Anwendung von zuverlässigkeitstheoretischen Nachweisverfahren erfordert unter dem Gesichtspunkt einer wirtschaftlichen Berechnung eine sinnvolle Beschränkung der Anzahl der betrachteten Basisvariablen. In [4] wird gezeigt, daß die rechnerische Sicherheit neben der Güte des mechanischen Mo-

dells vom Ansatz der statistischen Parameter für die Basisvariablen, ausgedrückt durch die Verteilungsart und die Verteilungsparameter abhängig ist. Für die Ermittlung der Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen werden dabei Basisvariablen, die einen untergeordneten Einfluß auf die Zuverlässigkeit aufweisen, wie Geometriedaten, deterministisch betrachtet. Unschärfen in der Modellbildung sowie bei der Beschreibung der veränderlichen Einwirkungen werden durch einen konservativen Ansatz der Verteilungsparameter der veränderlichen Einwirkungen berücksichtigt. Auf Widerstandsseite werden die streuenden Eigenschaften der Betonkomponente durch Einführung der Betondruckfestigkeit als einzige Basisvariable betrachtet. Durch Formulierung eines Werkstoffgesetzes [4], bei dem Werkstoffparameter, wie mehraxiale Festigkeitseigenschaften, Scheitelstauchung und Verhalten im Entfestigungsbereich in Abhängigkeit der Druckfestigkeit formuliert werden, können Korrelationen direkt in der Berechnung erfaßt werden. In Tab. 2 sind statistische Parameter für Stahlbetonnachweise zusammengestellt.

Basisvariable	Verteilungsart	Mittelwert μ	Streuungsparameter σ, v
Beton f_c [MPa]	LN	$\alpha \cdot (f_{cm} + 8)$ [1] *)	$v = 0.15$
Betonstahl f_y [MPa]	LN	f_{ym} [5]	$v = 0.10$
ständige Einwirkungen g	N	μ_g $g_k = F^{-1}(0.50)$	$v = 0.07$
veränderliche Einwirkungen q [kN/m ²]	LN	0.60 $q_k = F^{-1}(0.98)$	$v = \sqrt{0.12 + \frac{\kappa}{A}}^*)$
Geometrie	D		

*) α : Dauerlastfaktor

k: Systembeiwert

A: Lasteinzugsfläche

Tab. 2 Statistische Eigenschaften für Nachweise im Stahlbetonbau

Die Konstruktion von Tragwerken unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten erfolgt üblicherweise durch die Ausnutzung des Systemtragverhaltens. Hierbei wird ein relatives Minimum des Baustoffbedarfs erhalten, wenn die Bemessung für planmäßig reduzierte Schnittgrößen an den Zwischenauflagern erfolgt. Während mit

üblichen Nachweisverfahren [1] der Nachweis ausreichender Verformbarkeit kritischer Querschnittsbereiche die Grenze der Abminderung darstellt, kann mit nichtlinearen Berechnungsmodellen für größere Abminderungen der Nachweis ausreichender Tragsicherheit erbracht werden. Der Vorteil dieser Berechnungsmethoden liegt in der a-priori-Nachweisführung der Verformungsfähigkeit durch die Berücksichtigung realitätsnaher Werkstoffmodelle.

In Abb. 3 sind rechnerische Sicherheitsindizes für einen 6-feldrigen Durchlaufträger dargestellt. Die Untersuchungen basieren auf unterschiedlichen zugrundegelegten Vorbemessungen, wobei als Maßstab das Verhältnis zwischen dem angesetzten Stützmoment zum elastischen Stützmoment

$$\delta = \frac{M_{Sds}}{M_{Sds,elastisch}} \quad (5)$$

gewählt wird. Den Berechnungen liegen weiterhin unterschiedliche Betonfestigkeitsklassen bei gleichbleibenden Einwirkungen und geometrischen Abmessungen zugrunde, so daß eine Abhängigkeit der Zuverlässigkeit von der Baustoffausnutzung abgeleitet werden kann

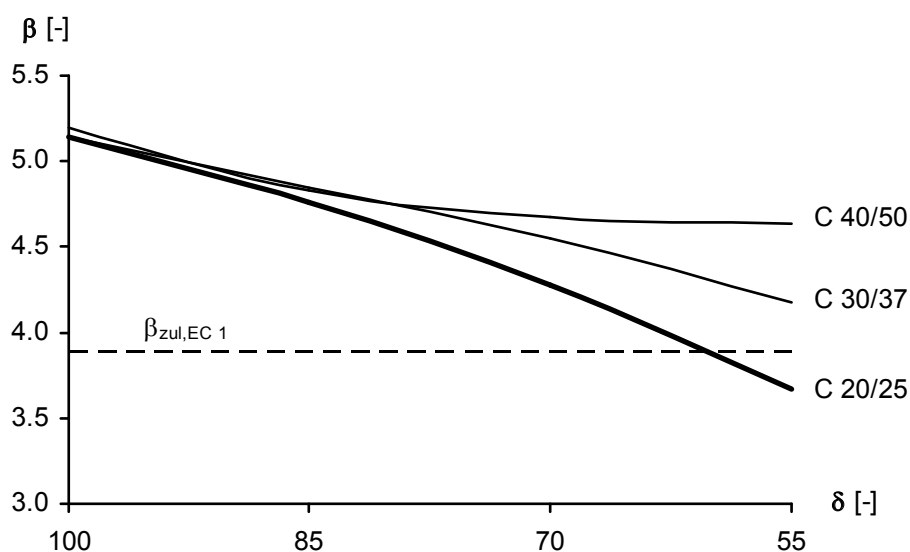


Abb. 2 Rechnerische Sicherheitsindizes β für unterschiedliche Umlagerungsverhältnisse δ und Betonfestigkeitsklassen im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Aus der Darstellung ist ersichtlich, daß auch bei hohen Umlagerungsgraden für mittlere Baustoffausnutzungsgrade die erforderliche Sicherheit nach [2] einge-

halten ist. Bei hoher Baustoffausnutzung ist ein Grenzkriterium mit $\delta=0.70$ ableitbar.

5 Zusammenfassung

In dem vorliegenden Beitrag sind die Einsatzmöglichkeiten nichtlinearer Berechnungsverfahren aufgezeigt. Hierbei zeichnen sich mehrdimensionale Modelle auf Grundlage der Methode der Finiten Elemente durch die erzielbare Realitätsnähe aus.

Für den Nachweis ausreichender Sicherheit in den Grenzzuständen der Trag- und Gebrauchstauglichkeit ist die Verbindung mit zuverlässigkeitstheoretischen Algorithmen dargestellt. Hierbei wird die Grenzzustandsgleichung durch Ansatz eines als offene Schnittstelle konzipierten Algorithmus approximiert. Bei der Verknüpfung von nichtlinearen mechanischen Modellen und Zuverlässigkeitsanalysen wird das rechnerische Sicherheitsniveau wesentlich durch die statistischen Parameter der betrachteten Basisvariablen geprägt. Der Beitrag enthält Angaben für Verteilungsarten und -parameter für Nachweise im Stahlbetonbau.

6 Literatur

- [1] DIN V ENV 1992 Teil 1-1: Eurocode 2, Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil1. Berlin 1992.
- [2] ENV 1991 Teil 1-2: Eurocode 1, Basis of Design and Actions on Structures, Entwurf Oktober 1993. Berlin 1995.
- [3] von Grabe, W.; Tworuschka, H.: Zuverlässigkeitsanalysen von Stahlbetonbauteilen. In: 31. Forum Bauinformatik 1996, Brandenburgische Technische Universität Cottbus
- [4] Tworuschka, H.: Physikalisch nichtlineare Zuverlässigkeitsanalysen für Stahlbetonstabtragwerke. Diss. BUGH Wuppertal (in Vorbereitung).
- [5] DAfStb: Richtlinie zur Anwendung von Eurocode 1. Berlin : Beuth Verlag 1993.